

# Γραμμική Άλγεβρα Ι

## Φροντιστηριακές ασκήσεις #2

Θέμα: Γραμμοπράξεις, Στοιχειώδεις Πίνακες, Συστήματα

1. Να βρεθεί ένας  $4 \times 3$  πίνακας  $A$  με βαθμίδα ίση με 2 ώστε κάθε στοιχείο του να είναι μη μηδενικό.

2. Δίνονται οι πίνακες

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 8 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 11 \\ 4 & -2 & 12 & 8 \end{pmatrix}.$$

α) Να βρεθούν οι αντίστοιχοι κλιμακωτοί πίνακες και οι βαθμίδες τους.

β) Να βρεθούν οι αντίστοιχοι ισχυρά κλιμακωτοί πίνακες.

γ) Να γραφούν όλοι οι στοιχειώδεις πίνακες που χρησιμοποιούνται.

3. Δίνεται ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}.$$

Εκφράστε τον αντίστροφο του  $A$  σαν γινόμενο στοιχειωδών πινάκων.

4. Βρείτε τους αντιστrophους των πινάκων  $A$  και  $B$  και γράψτε τους σαν γινόμενο στοιχειωδών πινάκων, όπου

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Να βρεθεί ο πίνακας  $X$  ώστε  $AX = B$ , όπου

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

6. Να λυθεί το γραμμικό σύστημα

$$x_1 + ax_2 + x_3 + ax_4 = 1$$

$$x_1 + ax_2 - x_3 - ax_4 = -1$$

$$ax_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 1$$

για τις διάφορες τιμές του  $a \in \mathbb{R}$ .

7. Να λύσετε τα επόμενα δύο συστήματα.

$$3x_1 - 4x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + 2x_2 = 0$$

$$3x_2 + 2x_3 = -7$$

$$3x_1 + 2x_3 = 2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3$$

$$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 - x_4 = 5$$